자동제어

1. 자동제어계의 요소와 구성

1. 자동제어 장치의 분류

- 제어량의 성질에 따른 분류

프로세서제어	• 온도, 유량, 압력, 액위, 농도, 밀도 • 생산공정중의 상태량, 외란의 억제를 주목적으로 함.
서어보 기구	• 위치, 방위, 자세 • 기계적 변위를 제어량으로 추종
자동조정	• 전압, 전류, 주파수, 회전속도, 힘

- 조절부 동작에 의한 분류

비례제어	• P제어 • 잔류편차(off-set)가 생기는 결점 $y(t)=K_p z(t)$
비례미분제어	• PD제어 • 속응성 • 과도특성 개선
비례적분제어	• PI제어 $y(t)=K_p\left[z(t)+\frac{1}{T_I}\int z(t)dt\right]$
비례적분미분제어	• PID제어 • 잔류편차제어 $y(t)=K_p\left[z(t)+\frac{1}{T_I}\int z(t)dt+T_D\frac{d}{dt}z(t)\right]$
온-오프제어	• 불연속제어

- 제어목적에 따른 분류

정치제어	• 어떤 일정한 목표값을 유지하는 것
프로그램 제어	• 정해진 프로그램에 따라 제어량을 변화 시키는 것
추종제어	• 임의 시간적 변화를 하는 목표값에 제어량을 추종하는 것
비율제어	• 목표값이 다른것과 일정 비율 관계를 가지고 변화하는 것

2. 피이드백 제어계의 특징

- 정확성 증가
- 계의 특성 변화에 대한 입력 대 출력비의 감도 감소
- 비선형성과 왜형에 대한의과의 감소
- 감대폭 증가

• 발진을 일으키고 불안정한 상태로 되어가는 경향성
• 반드시 입력과 출력을 비교하는 장치가 있어야 한다.

2.라플라스 변환

1. 라플라스 변환

정의 : $F(s)=\mathcal{L}[f(t)]=\int_0^{\infty} f(t)e^{-at}dt$

$f(t)$를 라플라스 변환하면 $F(s)$ 가 된다. 다음표와 같다.

	$f(t)$	$F(s)$
임펄스함수	$\delta(t)$	1
단위계단함수	$u(t)$, 1	$\frac{1}{s}$
단위램프함수	t	$\frac{1}{s^2}$
n차 램프함수	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
정현파 함수	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
	$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
지수감쇠함수	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
지수감쇠램프함수 복소추이	$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(S+a)^{n+1}}$
정현파 램프함수	$t\sin\omega t$	$\frac{2\omega s}{(s^2+\omega^2)^2}$
	$t\cos\omega t$	$\frac{s^2-\omega^2}{(s^2+\omega^2)^2}$
지수감쇠정현파함수	$e^{-at}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
	$e^{-at}\cos\omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
쌍곡선함수	$\sinh\omega t$	$\frac{\omega}{s^2-\omega^2}$
	$\cosh\omega t$	$\frac{s}{s^2-\omega^2}$

2. 라플라스의 성질

(1) 선형 정리 : $\mathcal{L}[af_1(t)+bf_2(t)]=aF_1(s)+bF_2(s)$

(2) 상사 정리 $\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right]=aF(as)$

(3) 시간 추이 정리 : $\mathcal{L}[f(t-a)]=a^{-as}F(s)$

(4) 복소 추이 정리 : $\mathcal{L}[e^{-at}f(t)]=F(s+a)$

(5) 실미분 정리 : $\mathcal{L}[f'(t)]=sF(s)-f(0)$

일반적으로 $\mathcal{L}[f^n(t)]=s^nF(s)-\sum_{k=1}^{n} s^{n-k}f^{k-1}(0)$

(6) 실적분 정리 : $\mathcal{L}\left[\int_{-\infty}^{t} f(t)\right]=\frac{1}{s}F(s)+\frac{1}{s}f^{-1}(0)$

(7) 복소 미분 정리 : $\mathcal{L}[tf(t)]=-\frac{dF(s)}{ds}$

일반적으로 $\mathcal{L}[t^nf(t)]=(-1)^n\frac{d^n}{ds^n}F(s)$

(8) 복소 적분 정리 . $\mathcal{L}\left[\frac{f(t)}{t}\right]=\int_0^{\infty} F(s)ds$

(9) 초기값 정리 : $\lim_{t\to 0} f(t)=\lim_{s\to\infty} sF(s)$

(10) 최종값 정리 : $\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{s\to 0} sF(s)$

(11) 상승 정리 $\mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau\right]=F_1(s)F_2(s)$

(12) 복소 상승 정리 : $\mathcal{L}[f_1(t)f_2(t)]=\frac{1}{2\pi j}\int_{r-j\infty}^{r+j\infty} F_1(s-\lambda)F_2(\lambda)d\lambda$

(13) 주기 함수의 변환 : 주기 p를 갖는 부분 연속인 주기 함수 $f(t)$의 라플라스 변환은,

$\mathcal{L}[f(t)]=\frac{1}{1-e^{-ps}}\int_0^p f(t)e^{-st}dt$

3. 역변환

유리 함수 $F(s)$의 역라플라스 변환 $\mathscr{L}^{-1}F(s)$는 다음과 같은 부분 분수 전개법을 사용하여 계산하면 편리하다.

응용 예에 있어서 일반적으로 $F(s)$는 다음과 같은 형식의 유리 함수이다.

$$F(s)=\frac{b_m s^m+b_{n-1}s^{m-1}+\cdots\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots\cdots+a_1 s+a_0}$$

$$=\frac{\sum_{i=0}^{m} b_i s^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i}=\frac{B(s)}{A(s)}$$

(1) 실수 단근의 경우

$$F(s)=\frac{A(s)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots\cdots(s-p_n)}$$

$$=\frac{K_1}{(s-p_1)}+\frac{K_2}{(s-p_2)}+\cdots\cdots+\frac{K_n}{(s-p_n)}$$

의 경우 유수 K_j는 다음과 같이 구한다.

$$K_j=\lim_{s\to p_j}(s-p_j)F(s)$$

(2) 공액 복소근을 포함한 경우

$$F(s)=\frac{A(s)}{\{(s-\alpha)^2+\omega^2\}(s-p_0)(s-p_1)\cdots\cdots(s-p_n)}$$

$$=\frac{Cs+D}{(s-\alpha)^2+\omega^2}+\frac{K_3}{(s-p_3)}+\frac{K_4}{(s-p_4)}+\cdots\cdots+\frac{K_n}{(s-p_n)}$$

여기서 K_3, K_4, ⋯⋯ K_n등은 (1)에 기술한 방법으로 구하고, C, D는 다음과 같은 복소수

의 방정식을 세워 구한다.

$$\lim_{s\to\alpha+j\omega}F(s)\{(s-\alpha)^2+\omega^2\}=\lim_{s\to\alpha+j\omega}(Cs+D)$$

(3) 다중근의 경우

$$F(s)=\frac{A(s)}{(s-p_1)^r(s-p_{r+1})(s-p_{r+2})\cdots\cdots(s-p_n)}$$

$$=\frac{L_r}{(s-p_1)^r}+\frac{L_{r-1}}{(s-p_1)^{r-1}}+\cdots\cdots+\frac{L_1}{(s-p_n)^1}$$

$$+\frac{K_{r+1}}{(s-p_{r+1})}+\frac{K_{r+2}}{(s-p_{r+2})}+\cdots\cdots+\frac{K_n}{(s-p_n)}$$

여기서, K_{r+1}, K_{r+2}, ⋯ K_n등은 실수 단근인 경우이므로 (1)에 기술한 방법으로 구하고, L_r, L_{r-1}, ⋯⋯ L_1은 다음과 같이 하여 구한다.

$$L_{r-t}=\lim_{s\to p_1}\frac{1}{t\,!}\left[\frac{d^t}{ds^t}(s-p_1)^r F(s)\right]$$

3.전달함수

1. 정의 : 모든 초기값을 0 으로 했을 경우 입력에 대한 출력의 비

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$$

2.제어요소

비례요소	$G(s)=K$	• 스프링	• 저항 R
		• $f=\mathrm{k}x$ • $G(s)=\frac{X(s)}{F(s)}=\mathrm{k}$	• $V_0(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}V_i(t)$ • $G(s)=\frac{V_0(s)}{V_i(s)}=\frac{R_1}{R_1+R_2}=\mathrm{k}$
적분요소	$G(s)=\frac{K}{s}$	• 유량	• 콘덴서 C
		• $h(t)=\frac{1}{A}\int q(t)dt$ • $G(s)=\frac{H(s)}{Q(s)}=\frac{1}{As}$	• $e(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt$ • $G(s)=\frac{E_c(s)}{I(s)}=\frac{1}{Cs}$
미분요소	$G(s)=Ks$	• $\frac{E_2(s)}{E_1(s)}=\frac{RCs}{1+RCs}$ • $\frac{Ks}{1+Ks}$ (1차지연을 포함한 미분요소)	
1차지연요소	$G(s)=\frac{K}{1+Ks}$	• $\frac{E_2(s)}{E_1(s)}=\frac{R}{1+RCs}$	
2차지연요소	$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+\delta\omega_n s+\omega_n^2}$	• $\frac{E_2(s)}{E_1(s)}=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$	

3.물리계와 대응관계

직선계	회전계	전기계
m 질량 B 마찰 k 스프링 χ 변위 v 속도 F 힘	J 관성 B 마찰 k 스프링 θ 각변위 ω 가곡도 T 토크	L 인덕턴스 R 저항 C 콘덴서 θ 온도차 I 전류 E 전압

4. 블록선도와 신호흐름선도

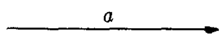
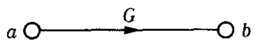
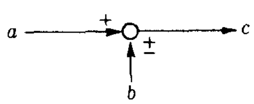
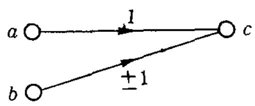
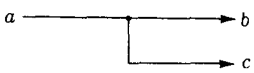
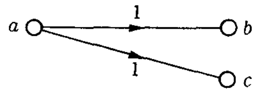
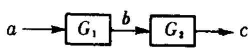
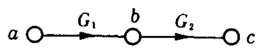
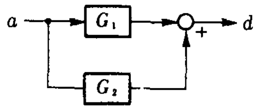
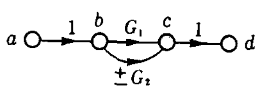
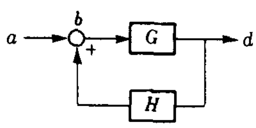
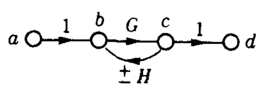
1. 블록선도

- 공식 $\mathrm{G(s)}=\frac{\text{경로}}{1-\text{폐로}}$
- 경로 : 입력에서 출력으로 가는 도중에 있는 각소자의 곱
- 폐로 : 입력으로 되돌아 오는 도중에 있는 각소자의 곱

2. 신호흐름선도

- 정의 : 제어계의 특성을 블록선도 대신 신호의 흐름의 방향을 전달과정으로 표시
- 공식 $G = \dfrac{G_k \cdot \Delta_k}{\Delta} = \dfrac{\text{전향경로}}{\text{loop의 값}} = \dfrac{\text{경로}}{1-\text{폐로}}$

블록 선도와 신호 흐름 선도의 대응 관계

번호		블록 선도	신호 흐름 선도
1	신 호		
2	전 달 요 소 $b=G\cdot a$		
3	가 합 점 $c=a\pm b$		
4	인 출 점 $a=b=c$		
5	종 속 접 속 $c=G_1\cdot G_2\cdot a$		
6	병 렬 접 속 $d=(G_1\pm G_2)a$		
7	피드백 접속 $d=\dfrac{G}{1\pm GH}\cdot a$		

5. 자동제어계의 과도 응답

1. 시간응답 특성

① 오버슈트 : 과도상태중 계단입력을 초과하여 나타나는 출력의 최대 편차량

$$\text{백분율 오버 슈트} = \frac{\text{최대 오버 슈트}}{\text{최종 목표값}} \times 100\,[\%]$$

② 지연시간(시간늦음) : 정상값의 50% 에 도달하는 시간

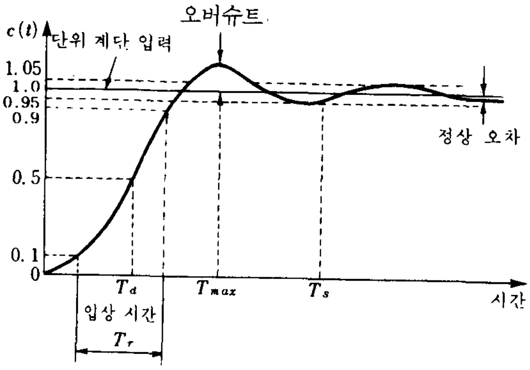
③ 상승시간 : 정상값의 10~90%에 도달하는 시간

④ 정정시간 : 응답의 최종값의 허용 범위가 5~10% 내에 안정되기 까지 요하는 시간

⑤ 감쇠비

$$감쇠비 = \frac{제2\ 오버\ 슈트}{최대\ 오버\ 슈트}$$

⑥ 과도현상은 시정수가 클수록 오래 지속된다.

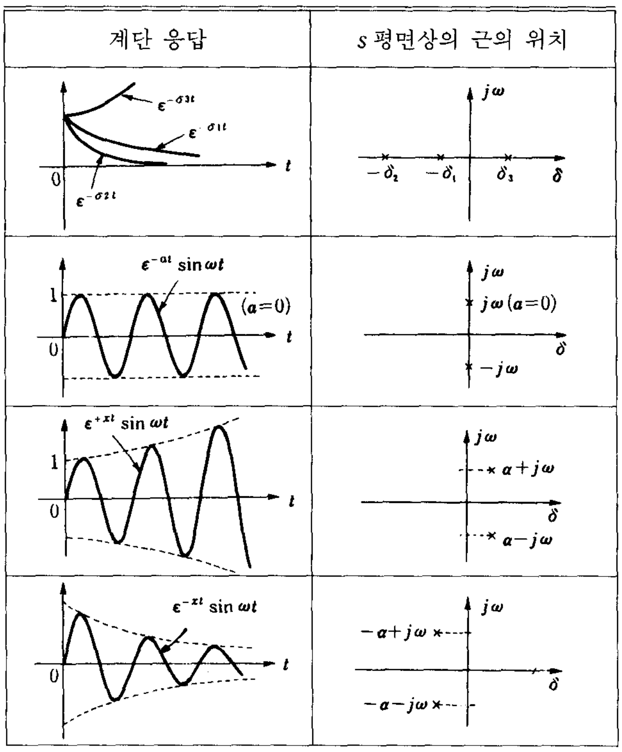


단위 계단 입력에 대한 시간 응답

2. 특성 방정식 : 폐루프 전달함수의 분모를 0 으로 놓은 식, 이때 의 근을 특성근이라 한다.

$\dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ 에서 $1+G(s)H(s)=0$을 특성식이라 한다.

자동제어계가 안정하려면 특성방정식의 근이 s 평면의 우반 평면에 존재하여서는 안된다.



s 평면에서의 근의 위치와 응답

3. 임펄스 응답

입력과 출력을 알면 임펄스 응답을 알 수 있다.

4. 인디셜 응답

단위 계산 입력 신호에 대한 과도 응답

5. 1차 제어계의 과도 응답

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_c}{Ts+K_c+1} = \frac{K}{\tau+1}$$

$$K = \frac{K_c}{K_c+1}\ ,\ \ \tau = \frac{T}{K_c+1}$$

$$C(t) = K(1-e^{\frac{1}{\tau}t})$$

6. 2차 제어계의 전달함수

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}$$

특성 방정식 : $s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2=0$ (δ:제동비, 감쇠계수 ω_n : 고유주파수)

근 : $s=-\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2}$

① $\delta<1$ 경우 : 부족제동 $s=-\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2}$

② $\delta=1$ 경우 : 임계제동 $s=-\omega_n$

③ $\delta>1$ 경우 : 과제동 $s=-\delta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\delta^2-1}$

④ $\delta=0$ 경우 : 무제동 $s=\pm j\omega_n$

6. 편차와 감도

1. 기준입력 시험에 대한 정상편차

기준 시험 입력은 계단, 램프, 포물선의 3가지가 주로 사용된다.

① 단위 계단 입력 $r(t)=u(t)$, $R(s)=\frac{1}{s}$

② 단위 램프 입력 $r(t)=tu(t)$, $R(s)=\frac{1}{s^2}$

③ 단위 포물선 입력 $r(t)=\frac{1}{2}t^2u(t)$, $R(s)=\frac{1}{s^3}$

• 정상위치편차 : 입력이 단위 계산 함수 일 때 편차

$$e_{ssp} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{R(s)}{1+G(s)} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+G(s)} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1+G(s)}$$
$$= \frac{1}{1+\lim_{s\to 0} G(s)}$$
$$= \frac{1}{1+Kp}$$

$\therefore K_p = \lim_{s\to 0} G(s)$ $\rightarrow$ 위치편차 상수 $\rightarrow$ 0 형(단위계단함수에서 생김)

• 정상속도편차 : 입력이 단위 램프 함수

$$e_{ssv} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+G(s)} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s+sG(s)} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} sG(s)} = \frac{1}{K_v}$$

$\therefore K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$ $\rightarrow$ 속도편차상수 $\rightarrow$ 1형 (단위램프함수에서 생김)

• 정상 가속도 편차

$$e_{ssa} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+G(s)} \cdot \frac{1}{s^3} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2+s^2G(s)} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} s^2G(s)} = \frac{1}{K_a}$$

$\therefore K_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s)$ $\rightarrow$ 가속도 편차 $\rightarrow$ 2형 (포물선 함수에서 생김)

2. 감도

계의 전달함수의 한 파라미터가 지정값에서 벗어났을 때의 전달함수가 지정값에서 벗어난 양의 크기

$$S_K^T = \frac{K}{T}\frac{dT}{dK}$$

7.주파수 응답

제어계의 전달 함수가 $G(s)$인 요소에 주파수 ω의 정현파 신호를 가할 때 입출력의 진폭비 $|G(j\omega)|$와 위상차 $\angle G(j\omega)$, 즉 복소 진폭비 $G(j\omega)$의 주파수 ω에 대한 관계는 요소 고유의 신호 전달 특성을 표시하며 주파수 전달 함수라 한다.

그리고 $|G(j\omega)|$를 주파수 이득 또는 $G(j\omega)$의 크기, $\angle G(j\omega)$를 위상차 또는 $G(j\omega)$의 위상각이라 한다. 즉,

$$[G(s)]_{s=j\omega} = G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle G(j\omega)$$

또 ω를 0에서 ∞까지 변화시킬 때 $|G(j\omega)|$의 변화를 이득 특성, $\angle G(j\omega)$의 변화를 위상 특성이라 한다. 이 2개를 합하여 주파수 특성이라 한다.

1. 주파수 응답에 필요한 입력

• 정현파 입력

2. 벡터궤적

ω 가 $0 \sim \infty$까지 변화하였을 때의 $G(j\omega)$의 크기와 위상각의 변화를 극좌표에 그린 것으로 이 궤적을 나이퀘스트 선도라 한다.

비례요소	$G(s)=K$	$G(j\omega)=K$
미분요소	$G(s)=s$	$G(j\omega)=j\omega$
적분요소	$G(s)=\frac{1}{s}$	$G(j\omega)=\frac{1}{j\omega}=-j\frac{1}{\omega}$
비례적분요소	$G(s)=1+Ts$	$G(j\omega)=1+j\omega T$
1차지연요소	$G(s)=\frac{1}{1+Ts}$	$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}$ $G(j\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}} \angle \tan^{-1}\omega T$
2차지연요소	$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\delta Ts+1}$	$G(j\omega)=\frac{1}{(j\omega T)^2+j2\omega\delta T+1}$ $G(j\omega)=\frac{1}{1-(\omega T)^2+j2\omega\delta T+1}$ $G(j\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-u)^2+(2\delta u)^2}} \angle -\tan^{-1}\frac{2\delta u}{1-u}$
부동작시간요소	$G(s)=e^{-Ls}$	$G(j\omega)=e^{-j\omega L}=\cos\omega L-j\sin\omega L$
	$G(j\omega)=\sqrt{(\cos\omega L)^2+(\sin\omega L)^2}\angle\tan^{-1}-\frac{\sin\omega L}{\cos\omega L}=-\omega L$	

3. 보드 선도

- 이득선도 : 횡축에 주파수와 종축에 이득값(데시벨)으로 그린 그림
- 위상선도 : 횡축에 주파수와 종축에 위상값(°)로 그린 그림
- $G[\mathrm{dB}]=-20\log|G(j\omega)|$

$G(s)=s$ 의 보드선도	$+20\,[\mathrm{dB/dec}]$ 의 경사를 가지며 위상각은 $90\,°$
$G(s)=s^2$ 의 보드선도	$+40\,[\mathrm{dB/dec}]$ 의 경사를 가지며 위상각은 $180\,°$
$G(s)=s^3$ 의 보드선도	$+60\,[\mathrm{dB/dec}]$ 의 경사를 가지며 위상각은 $270\,°$

4. 2차 제어계의 M_p 와 ω_p

2차 자동 제어계의 M_p와 ω_p는 계의 제동비 δ 및 고유 주파수 ω_n과 직접적인 관계가 있다. 2차계 전달 함수는,

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}$$

주파수 전달 함수는,

$$M(j\omega)=\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}=\frac{1}{1+j2\delta\frac{\omega}{\omega_n}-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

$u=\frac{\omega}{\omega_n}$라 놓으면 $|M(j\omega)|$는,

$$M=|M(j\omega)|=\frac{1}{[(1-u^2)^2+(2\delta u)^2]^{1/2}}$$

$M(j\omega)$의 위상각 ϕ_m은,

$$\phi_m=-\tan^{-1}\frac{2\delta u}{1-u^2}$$

공진 주파수 ω_p는 M을 u에 관하여 미분하면 얻을 수 있다. 즉,

$$\frac{dM}{du}=-\frac{1}{2}(u^4-2u^2+1+4\delta^2u^2)^{-3/2}(4u^3-4u+8u\delta^2)=0$$

위 식에서,

$$4u^3-4u+8u\delta^2=0$$

이므로,

$$u_p=\sqrt{1-2\delta^2}=\frac{\omega_p}{\omega_n}$$

따라서, 공진 주파수는 위 식에서,

$$\omega_p=\omega_n\sqrt{1-2\delta^2}$$

을 얻는다. 위 식은 $1-2\delta^2\geqq 0$에 대해서 유효하므로,

$$\delta\leqq 0.707$$

을 얻는다. 위 식이 가지는 의미는 $\delta>0.707$에 대해서는 ω 대 M 곡선상에서 공진 정점이 나타나지 않는다는 뜻이다. 즉, 제동비 δ가 0.707보다 크면 모든 $\omega(>0)$에 대하여 M의 값은 M_0보다 작은 값을 갖는다.

공진 정점 M_p는,

$$M_p=\frac{1}{\{[1-(1-2\delta^2)]^2+4\delta^2(1-2\delta^2)\}^{1/2}}$$

$$=\frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$$

여기서 2차계의 주파수 영역 특성 M_p와 ω_p는 시간 영역 특성 δ와 ω_n에 의하여 정해진다.

8.제어계의 안정도

1. 루드 안정도 판별법

$$F(s)=1+G(s)H(s)=a_0s^n+a_1s^{n-1}+a_2s^{n-2}+\cdots\cdots+a_{n-1}s+a_n=0$$

(1) 제1단계 : 위 식의 계수를 다음과 같이 두 줄로 나열한다.

$a_0\ a_2\ a_4\ a_6\ a_8\ \cdots\cdots\cdots$

$a_1\ a_3\ a_5\ a_7\ a_9\ \cdots\cdots\cdots$

(2) 제2단계 : 다음 표와 같은 루드 수열의 계산하여 만든다(6차 방정식의 경우).

s^6	a_0	a_2	a_4	a_6
s^5	a_1	a_3	a_5	0
s^4	$\frac{a_1a_2-a_3a_0}{a_1}=A$	$\frac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}=B$	$\frac{a_1a_6-a_0\times0}{a_1}=a_6$	0
s^3	$\frac{Aa_3-a_1B}{A}=C$	$\frac{Aa_5-a_1a_6}{A}=D$	$\frac{A\times0-a_1\times0}{A}=0$	0
s^2	$\frac{CB-AD}{C}=E$	$\frac{Ca_6-A\times0}{C}=a_6$	$\frac{C\times0-A\times0}{C}=0$	0
s^1	$\frac{ED-Ca_6}{E}=F$	$\frac{E\times0-C\times0}{E}=0$	0	0
s^0	$\frac{Fa_6-E\times0}{F}=a_6$	0	0	0

(3) 제3단계 : 2단계에서 작성한 루드의 표에서 제1열의 원소 부호를 조사한다. 특성 방정식의 모든 근이 부의 실수부를 가지려면 루드의 표에서 제1열의 원소 부하가 같고 정(+)이라야 한다. 만일 제1열의 원소 중 부의 값이 존재하면 부호 변화의 갯수만큼의 근이 우반 평면에 존재한다.

- 제어계의 안정조건 : 특성방정식의 근이 모두 s 평면의 좌반부에 있어야 한다.
- 조건 : ① 모든 계수의 부호가 동일 할 것.
  ② 계수중 어느하나라도 0 아닐 것.
  ③ 루스 열수의 제1열의 부하가 같을 것.

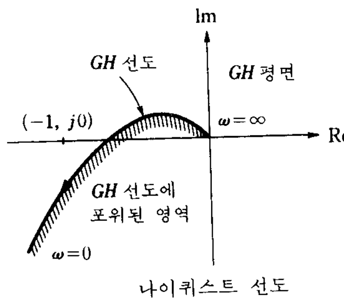
2. 훌비쯔 판별법 : 특성방정식의 계수로서 만들어진 행렬식에 의해 판별하는 방법

3. 나이퀴스트 판별법

루드- 훌비쯔의 판별법은 계통의 안정 불안정을 판별하는 데는 편리하지만 , 안정성의 양부, 안정도의 평가, 비교 등에 대해서는 전혀 정보를 제공하지 않는다. 그러나 나이퀴스트 판별법은 이러한 정보를 제공하여 주므로 제어계의 설계에 많이 이용된다.

- 계의 주파수 응답에 관한 정보를 준다
- 계의 안정을 개선하는 방법에 대한 정보를 준다.

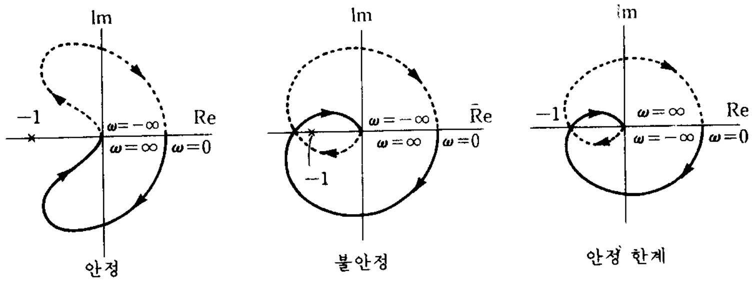
• 안정성을 판별하는 동시에 안정도를 지시해 준다.



• 안정조건

반시계 방향에서는 안쪽에 (-1, j 0)이 있으면 불안정

시계 방향에서는 안쪽에 (-1, j 0)이 있으면 불안정



z : s 평면의 우반 평면상에 존재하는 $1+G(s)H(s)$ 인 극의 갯수

p : s 평면의 우반 평면상에 존재하는 $1+G(s)H(s)[G(s)H(s)]$ 인 극의 갯수

N : GH 평면상의 $(-1,\ j0)$ 점을 $G(s)H(s)$ 선도가 일주하는 회전수

라고 하면.

$$N=z-p$$

의 관계가 성립하므로 N을 나이퀴스트 선도에서, p를 GH의 식에서 찾아서 z를 계산한다.
그림은 나이퀴스트 선도에 의한 안정, 불안정 및 임계 안정의 경우를 예시한 것이다.

4. 이득여유

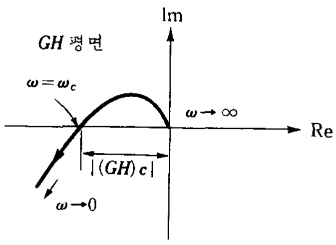
• 이득여유는 위상선도가 -180 °축과 교차하는 점에 대응되는 이득의 크기 [dB]값이다.

• 이득여유 $(GM)=20\log\dfrac{1}{|GH_c|}$ [dB]

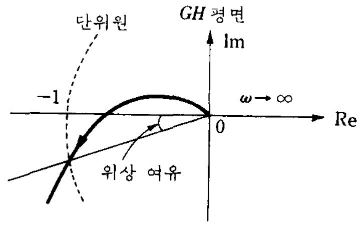
5. 나이퀴스트 선도에서 안정계에 요구되는 여유

• 이득여유 $(GM)=4\sim12$ [dB]

• 위상여유 $(PM)=30\sim60$ °

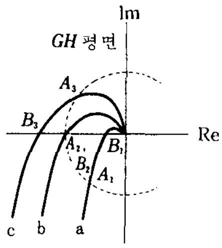


이득 여유의 정의



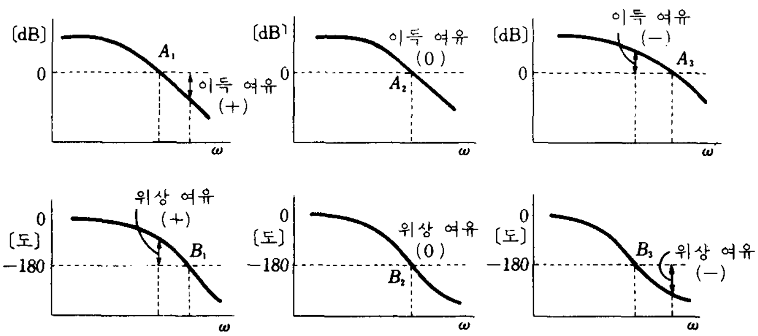
위상 여유의 정의

6. 보드선도에서 안정계의 조건



이득 교점(A_i)과
위상 교점(B_i)

- 위상여유 $\phi_m > 0$
- 이득여유 $g_m > 0$
- 위상 교점 주파수 < 이득 교점 주파수



(a) 안정 (b) 안정 한계 (c) 불안정

7. 루소-훌비쯔 표를 작성할 때 제1열 요소의 부호 변환의 의미는 s 평명의 우반면에 존재하는 근의 수를 의미한다.

8. 특성방정식의 근이 좌반부 즉, 음의 반평면에 있으면 안정한다.

9. 보상법
- 위치제어계의 종속 보상법중 진상요소의 주된 사용 목적은 속응성을 개선하는 것이다.
- 진상 보상기는 과도응답의 속도를 보상한다.
- 위상여유가 증가하고, 공진첨두값이 감소한다.

9. 근궤적법

1. 정의 : 개루프 전달함수의 이득정수 K를 $0 \sim \infty$ 까지 변화를 시킬 때의 특성근 즉, 폐루프의 전달함수의 극의 이동궤선을 말함.

2. 작도법

- 극점에서 출발하여 원점에서 끝남.
- 근궤적은 $G(s)H(s)$ 의 극에서 출발하여 0 점에서 끝나므로 근궤적의 갯수는 z 와 p 중 큰 것과 일치한다. 또한 근궤적의 갯수는 특성방정식의 차수와 같다.
- 근궤적의 수 : 근 궤적의 수 (N)는 극점의 수(p)와 영점의 (z)에서

  $z > p$ 이면 $N = z$

  $z < p$ 이면 $N = p$
- 근궤적의 대칭성 : 특성 방정식의 근이 실근 또는 공액복소근을 가지므로 근궤적은 실수축에 대하여 대칭이다.
- 근궤적의 점근선 : 큰 s 에 대하여 근궤적은 점근선을 가진다.
- 점근선의 교차점 : 점근선은 실수 축상에만 교차하고 그 수는 $n = p - z$ 이다.

3. 근궤적상의 임의의 점의 K의 계산

$$K = \frac{1}{|G(s_1)H(s_1)|}$$

4. 폐루프의 전달함수

$$G(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

5. 점근선의 교차점

$$\sigma = \frac{\Sigma G(s)H(s)\text{의 극} - \Sigma G(s)H(S)\text{의 영점}}{p - z}$$

6. 이득여유

$$\text{이득 여유} = 20\log\frac{\text{허수축과의 교차점에서 } K\text{의 값}}{K\text{의 설계값}}\ [\text{dB}]$$

10. 상태 방정식

1. 전이행렬

- $\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1}]$ 이며 전이 행렬은 다음과 같은 성질을 갖는다.

  ① $\Phi(0) = I$ (I는 단위행렬)

② $\Phi^{-1}(t) = \Phi(-t) = e^{-At}$

③ $\Phi(t_2 - t_1)\Phi(t_1 - t_0) = \Phi(t_2 - t_0)$ (모든값에 대하여)

④ $[\Phi(t)]^K = \Phi(Kt)$ 여기서, K 는 정수

2. n 차 선형 시불변 시스템의 상태 방정식은 $\frac{d}{dx}x(t) = Ax(t) + By(t)$ 일 때 제어계의 특성방정식은 $|sI - A| = 0$ 이다.

3. z 변환법

- 라플라스 변환 함수의 s 대신 $\frac{1}{T}\ln z$ 를 대입하여야 한다.
- s 평명의 허축은 z 평면상에서는 원점을 중심으로 하는 반경 1인 원에 사상
- s 평면의 우반평면은 z 평면상에서는 이원의 외부에 사상
- s 평면의 좌반평면은 z 평면상에서는 이원의 내부에 사상

$\lim_{t \to 0} e(t) = \lim_{s \to 0} E(z)$		
$f(t)$	$F(s)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-at}}$

11.시퀀스 제어

1. 논리 시퀀스 회로

(1) 논리적 회로(AND gate) : 2개의 입력 A와 B가 모두 "1"일 때만 출력이 "1"이 되는 회로로서 AND 회로의 논리식은 $X=A \cdot B$로 표시한다.

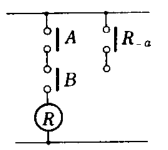
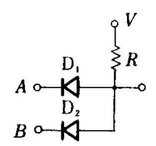
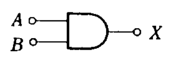
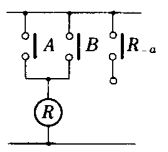
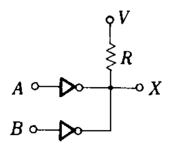
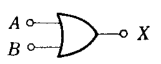
(2) 논리합 회로(OR gate) 입력 A 또는 B의 어느 한쪽이든가, 양자가 "1"일 때 출력이 "1"이 되는 회로로서 OR 회로의 논리식은 $X=A+B$로 표시한다.

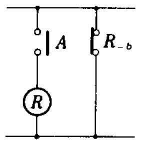
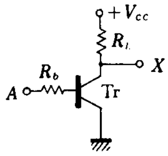
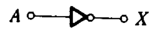
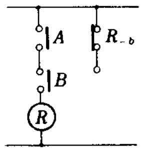
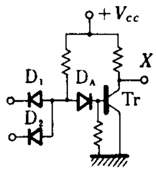
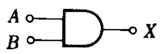
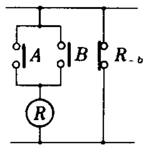
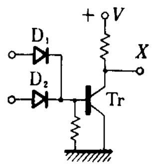
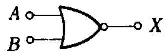
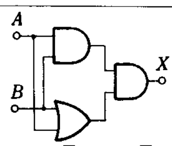
(3) 논리 부정 회로(NOT gate) : 입력이 "0"일 때 출력은 "1", 입력이 "1"일 때 출력은 "0"이 되는 회로로 입력 신호에 대해서 부정(NOT)의 출력이 나오는 것이다. NOT 회로의 논리식은 $X=\overline{A}$로 표시한다.

(4) NAND 회로(NAND gate) : AND 회로에 NOT 회로를 접속한 AND−NOT 회로로서 논리식은 $X=\overline{A \cdot B}$가 된다.

(5) NOR 회로(NOR gate) . OR 회로에 NOT 회로를 접속한 OR−NOT 회로로서 논리식은 $X=\overline{A+B}$가 된다.

(6) 배타적 논리 합회로(exclusive-OR gate) · 입력 A, B가 서로 같지 않을 때만 출력이 "1"이 되는 회로인데, A, B가 모두 "1"이어서는 안 된다는 의미가 있다. 논리식은 $X=\overline{A} \cdot B+A \cdot \overline{B}=A \oplus B$로 표시된다.

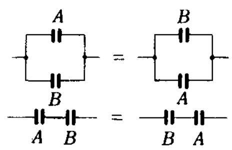
회 로	유 접 점	무 접 점	논 리 회 로	진 리 표
AND 회 로			 $X=A \cdot B$	A B X 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
OR 회 로			 $X=A+B$	A B X 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1

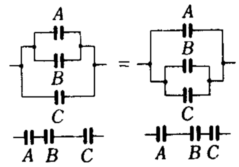
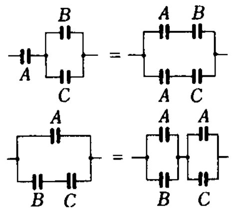
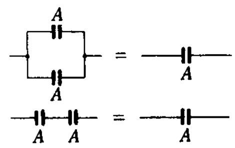
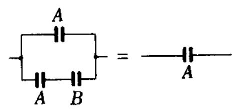
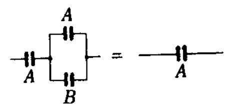
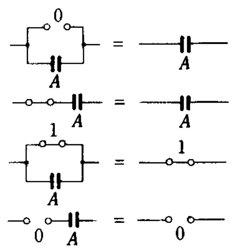
NOT 회 로			 $X=\overline{A}$	A | X 0 | 1 1 | 0
NAND 회 로			 $X=\overline{A\cdot B}$	A | B | X 0 | 0 | 1 0 | 1 | 1 1 | 0 | 1 1 | 1 | 0
NOR 회 로			 $X=\overline{A+B}$	A | B | X 0 | 0 | 1 0 | 1 | 0 1 | 0 | 0 1 | 1 | 0
exclu- sive-OR 회 로			 $X=\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}$ $=A\oplus B$	A | B | X 0 | 0 | 0 0 | 1 | 1 1 | 0 | 1 1 | 1 | 0

2. 논리 대수 및 드 모르간의 정리

(1) 논리 대수 . 논리 대수에서 취급하는 변수로는 2진법의 "0"과 "1"만으로 된다. 논리 회로의 해석, 설계 및 응용 등에 이용되고 있다.

논리 대수 정리 및 스위치 회로 표시

정 리	스위치 회로
T1 : 교환의 법칙 (a) $A+B=B+A$ (b) $A\cdot B=B\cdot A$	

T2 . 결합의 법칙 (a) $(A+B)+C=A+(B+C)$ (b) $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$	
T3 분배의 법칙 (a) $A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$ (b) $A+(B\cdot C)=(A+B)\cdot(A+C)$	
T4 : 동일의 법칙 (a) $A+A=A$ (b) $A\cdot A=A$	
T5 : 부정의 법칙 (a) $(A)=\overline{A}$ (b) $(\overline{A})=A$	
T6 흡수의 법칙 (a) $A+A\cdot B=A$ (b) $A\cdot(A+B)=A$	
T7 . 공리 (a) $0+A=A$ (b) $1\cdot A=A$ (c) $1+A=1$ (d) $0\cdot A=0$	

(2) 드 모르간의 정리

① 쌍대(duality)의 원리 : 논리 대수의 식에서 0과 1, ＋와 ·를 동시에 교환한 식은 반드시 성립한다는 것이다.

즉, $0+A=A$에 위의 쌍대의 원리를 적용시키면 $1\cdot A=A$ 식으로 된다.

또한, $A+A=A$에 쌍대의 원리를 적용시키면 $A\cdot A=A$ 식이 된다

② 일반화된 드 모르간의 정리

$$\overline{(X_1+X_2+X_3\cdots\cdots X_n)}=\overline{X_1}\cdot\overline{X_2}\cdot\overline{X_3}\cdots\cdots\overline{X_n}$$

$$\overline{(X_1\cdot X_2\cdot X_3\cdots\cdots X_n)}=\overline{X_1}+\overline{X_2}+\overline{X_3}+\cdots\cdots+\overline{X_n}$$

12.제어기기

1. 제어계의 요소

(1) 기계적 부품 ; 스프링, 다이어프램, 벨로스, 노즐, 드로틀, 대시 포트, 파이프, 파일럿 밸브, 피스톤 등

(2) 전기적 부품 : 전자석, 코일, 계전기, 열전대, 진공관, 전동기 등

또, 기기로 조립된 것으로는 기계적인 것으로 노즐 플래퍼, 다이어프램 밸브, 유압 분사관 서보 전동기 등이 있고 전기적인 것에는 직류 교류 변환기(convertor), 전자관 증폭기 (electro amplifier) 등이 있다.

2. 증폭 기기

증폭 기기에는 전기식, 공기식, 유압식이 있다.

증폭 기기의 종류

	전 기 계	기 계 계
정지기	진공관, 트랜지스터 사이리스터(SCR), 사이러트론, 자기 증폭기	공기식(노즐, 플래퍼, 벨로스) 유압식(안내 밸브) 지렛대
회전기	앰플리다인, 로토트롤	

3. 변환요소

변환량	변환요소
압력 → 변위	벨로우즈, 다이어프램, 스프링
변위 → 압력	노즐플래퍼, 유압 분사관, 스프링
변위 → 임피던스	가변저항기, 용량형 변환기
변위 → 전압	포텐셔미터, 차동변압기, 전위차계
전압 → 변위	전자석, 전자코일
광 → 임피던스	광전관, 광전도 셀, 광전 트랜지스터
광 → 전압	광전지, 광전 다이오드
방사선 → 임피던스	GM 관 , 전리함
온도 → 임피던스	측온 저항(열선, 서미스터, 백금, 니켈)
온도 → 전압	열전대

4. 서보모터

- 원칙적으로 정역이 가능하여야 한다.
- 저속이며 거침없는 운전이 가능하여야 한다.
- 기계적 응답이 우수하여 속응성이 좋아야 한다.
- 급감속, 급가속이 용이한 것이어야 한다.
- 시정수가 작아야 하며, 기동토크가 커야한다.

5. 서미스터 : 감열저항체 소자로서 온도 상승에 따라 저항이 감소하는 특성을 가지며, 구성은 니켈, 망간, 코발트 등의 산화물을 혼합한 것이다. 주로 온도 보상용으로 사용된다.

6. 제너 다이오드 : 제너 다이오드는 정전압 소자로 만든 PN 접합 다이오드로서 정전압 다이오드라고 하며 전압의 범위는 약 3[V]~150[V]정도 까지 다양한 종류가 있다. 전압의 안전을 위해 사용한다.

7. 터널다이오드 : 증폭작용, 발진작용, 개폐작용

8. 실리콘 정류 제어소자

- PNPN 구조
- 게이트 전류에 의하여 방전 개시 전압을 제어할 수 있다.
- 특성 곡선에 부저항 부분이 있다.